

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps.* Note de M. H. POINCARÉ.

« M. Kronecker a présenté à l'Académie de Berlin, en 1869, un Mémoire sur les fonctions de plusieurs variables; on y trouve un important théorème d'où il est aisé de déduire le résultat suivant :

» Soient $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ n fonctions continues de n variables x_1, x_2, \dots, x_n ; la variable x_i est assujettie à varier entre les limites $+ a_i$ et $- a_i$. Supposons que, pour $x_i = a_i$, ξ_i soit constamment positif, et pour $x_i = - a_i$ constamment négatif; je dis qu'il existera un système de valeurs des x pour lequel tous les ξ s'annuleront.

» Ce résultat peut s'appliquer au problème des trois corps et montre que ce problème admet une infinité de solutions particulières jouissant de propriétés remarquables que nous allons exposer. Nous nous restreignons, bien entendu, au cas où les masses de deux des corps sont très petites.

» Le mouvement est périodique, c'est-à-dire que, lorsque le temps augmente d'une période constante, les trois corps reprennent la même position *relative*. A la fin d'une période, les distances des trois corps reprennent leur valeur initiale, ainsi que les vitesses relatives estimées soit dans la direction du rayon vecteur, soit dans la direction perpendiculaire. Le système entier a seulement tourné d'un certain angle autour du centre de gravité, supposé fixe.

» Les excentricités sont très petites et de l'ordre des masses; mais les inclinaisons peuvent avoir des valeurs quelconques.

» Dans la solution particulière envisagée, il reste encore, si les trois corps sont assujettis à se mouvoir dans un plan, quatre paramètres arbitraires; s'ils se meuvent dans l'espace, il en reste huit. Ainsi, dans l'un comme dans l'autre cas, il faut imposer quatre conditions aux éléments initiaux du mouvement pour que ce mouvement présente cette périodicité dont nous venons de parler.

» Quand nous aurons disposé arbitrairement de huit des douze éléments initiaux, notre solution particulière ne sera pas encore complètement déterminée. Projetons, en effet, les deux rayons vecteurs sur le plan du maximum des aires. Après une période, la projection du premier rayon vecteur aura décrit un angle ν , la projection du second vecteur aura décrit un angle $\nu + 2n\pi$; nous pouvons encore nous donner arbitrairement le